

4-kurs keshki Funkcional analizden

Teoriyalıq sorawlar

- 1) Sızıqlı shegaralanğan úzlıksız funkcionallar. Anıqlaması hám mısallar. Normallangan keńisliklerde berilgen funkcionallar hám olardıń norması
- 2) Sızıqlı operatorlar. Sızıqlı operatordıń anıqlanıw oblastı hám mánisler oblastı. Úzlıksızlıgı hám shegaralanğanlıgı. Operator norması.
- 3) Sızıqlı shegaralanğan operatorlar keńisligi. Operatorlar keńisliginde operatorlar izbe-izliginiń kúshli (noqatlı) hám teń ólshewli jıynalıgı.
- 4) Túyinles keńislik Túyinles operator. Óz-ózine túyinles operator. Mısallar.
- 5) Operatordıń spektori. Rezolventa. Menshikli sanlar hám menshikli vektorlar. Mısallar.
- 6) Sızıqlı integral teńlemeler. Fredgolning 2-túr integral teńlemesi. Ajralıwshı yadrolı integral teńlemeler.
- 7) Kompakt operatorlar. Sızıqlı, shegarlanagan operatordıń kompakt bolıwınıń záruriy hám jetkilikli shartleri.
- 8) Keri operatorlar. kerileniwshı bolıw sharti. Sızıqlı operatordıń keri operatorı bar bolıwı haqqındağı Banax teoreması

№2

- 1) $(Ax)(t) = \int_0^2 t^2 e^s x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, 2]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 2) $(Ax)(t) = \int_{-1}^1 (1+ts)x(s) ds$ integral operatordıń $C[-1, 1]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 3) $(Ax)(t) = \int_0^\pi \cos(t-s)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, \pi]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 4) $(Ax)(t) = \int_0^\pi \cos(t+s)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, \pi]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 5) $(Ax)(t) = \int_0^1 (t^3 s + s^2 t)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, 1]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 6) $(Ax)(t) = \int_0^1 (st^2 + ts^2)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, 1]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 7) $(Ax)(t) = \int_0^1 (t^2 s^2 + ts)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, 1]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.
- 8) $(Ax)(t) = \int_0^\pi \sin(t+s)x(s) ds$ integral operatordıń $C[0, \pi]$ keńislikte kompakt ekenligin dálilleń.

№3

- 1) $A: C[0; 1] \rightarrow C[0; 1]$, $(Ax)(t) = tx(0)$ operatordıń diskret spektrini tabıń.

- 2) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = t^2 x(1)$ operatorni diskret spektrini tabi.
- 3) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = x(t)$ operatorni diskret spektrini tabi.
- 4) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = tx(t)$ operatorni diskret spektrini tabi.
- 5) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = x(1) + tx(0)$ operatorni diskret spektrini tabi.
- 6) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = tx(0) + t^2 x(1)$ operatorni diskret spektrini tabi.
- 7) $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1], (Ax)(t) = t^2 x(t)$ operatorni diskret spektrini tabi.

№4

- 1) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (x_1 - x_2, x_1 + x_2)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 2) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (5x_1 + 3x_2, 2x_1)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 3) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (2x_1, 3x_1 + x_2 + 3x_3, 2x_3)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 4) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (x_1, x_2 + x_3, x_2 + x_3)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 5) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (2x_1 + x_2, x_1 + 2x_2)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 6) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (5x_1 - 3x_2, 2x_1)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.
- 7) $A \in L(X, X), X = R^2, Ax = (x_1 + 2x_2, 2x_1 + x_2)$ operatorni menshikli sanlari ham menshikli vektorlarni tabi.

№5

- 1) $A: R^3 \rightarrow R^3, Ax = (2x_1 + x_3, x_2 + 2x_3, x_1 + x_3)$ operatorga A^{-1} ker operatori tabi.
- 2) $A: R^3 \rightarrow R^3, Ax = (x_1, x_1 - x_2, x_2 - x_3)$ operatorga A^{-1} ker operatori tabi.
- 3) $A: R^3 \rightarrow R^3, Ax = (2x_1 + x_3, x_2 + 2x_3, x_1 + x_3)$ operatorga A^{-1} ker operatori tabi.
- 4) $A: l_2 \rightarrow l_2, Ax = (x_1 + x_2, x_1 - x_2, x_3, x_4, \dots)$ operatorga A^{-1} ker operatori tabi.

№6

- 1) $A: l_2 \rightarrow l_2, Ax = (x_1 - 2x_3, x_2 + 4x_3, x_3, x_4, \dots)$ operatorga tuyinles operatori tabi.
- 2) $A: L_2[0;1] \rightarrow L_2[0;1], Ax(t) = \int_0^1 \sin(t^2 s) x(s) ds$ operatorga tuyinles operatori tabi.
- 3) $A: L_2[0;1] \rightarrow L_2[0;1], Ax(t) = \int_0^1 \sin(ts) x(s) ds$ operatorga tuyinles operatori tabi.

4) $A:l_2 \rightarrow l_2$, $Ax = (x_2, x_1, x_3, x_4, \dots)$ operatorğa túyinles operatordı tabıń..

5) $A:l_2 \rightarrow l_2$, $Ax = (0, 0, x_1, x_2, \dots)$ operatorğa túyinles operatordı tabıń..

6) $A:l_2 \rightarrow l_2$, $Ax = (x_1 - x_2, x_1 + x_2, x_3, x_4, \dots)$ operatorğa túyinles operatordı tabıń..

№7

1) $\varphi(x) - 4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \varphi(t) dt = 2x - \pi$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń.

2) $\varphi(t) = 2 \int_0^1 (1 + 3ts) \varphi(s) ds + t^2$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń.

3) $\varphi(t) = \int_0^{\pi/2} \sin t \cos s \varphi(s) ds + \sin t$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń.

4) $\varphi(x) + \int_0^1 x(e^{xt} - 1) \varphi(t) dt = e^x - x$ integral teńlemenıń mına $\varphi(x) = 1$ funksiya sheshimi ekenligin tekseriń.

5) $\varphi(t) = 2 \int_0^1 (1 + ts) \varphi(s) ds + t^2$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń.

6) $\varphi(t) = \int_0^{\pi/2} \sin t \cos s \varphi(s) ds + \sin t$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń

7) $\varphi(t) = -3 \int_0^{2\pi} \sin(t + s) \varphi(s) ds$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń

8) $\varphi(t) = 2 \int_0^1 (1 + ts) \varphi(s) ds + t^2$ ajralıwshı yadrolı integral teńlemenı sheshiń.

9) $\varphi(x) = \int_0^{\pi} \sin t \cos s \varphi(s) ds + \sin x$ integral teńlemenıń mına $\varphi(x) = \sin x$ funksiya sheshimi

ekenligin tekseriń.

10) $\varphi(x) + 2 \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = 2xe^x$ integral teńlemenıń mına $\varphi(x) = 2e^x \left(x - \frac{1}{3} \right)$ funksiya sheshimi

ekenligin tekseriń.

11) $\varphi(x) + \int_0^1 x(e^{xt} - 1) \varphi(t) dt = e^x - x$ integral teńlemenıń mına $\varphi(x) = 1$ funksiya sheshimi

ekenligin tekseriń.

№8.

1) $C[-2;2]$ keńislikte berilgen $f(x) = x(2) + \int_{-2}^2 tx(t)dt$ funkcionaldın úzliksiz ekenligin

kórsetiń.

2) $C[-2;1]$ keńislikte berilgen $f(x) = 3x(-2) + x(0) - 5x(0,5)$ funkcionaldın úzliksiz ekenligin kórsetiń.

3) $C[0,1]$ keńislikte berilgen $f(x) = \frac{x(0)}{2} + \frac{x(1)}{2}$ funkcionaldın sızıqlı, úzliksiz ekenligin

kórsetiń..

4) $(Ax)(t) = x(0) + tx(1)$, $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ operator dın sızıqlı, shegaralangán ekenligin kórsetiń hám normasını tabıń.

5) $(Ax)(t) = tx(t)$, $A: C[0,1] \rightarrow C[0,1]$ operator dın sızıqlı, shegaralangán ekenligin kórsetiń hám normasını tabıń.

6) $(Ax)(t) = x(0)t + x(1)t^2$, $A: C[-1,2] \rightarrow C[-1,2]$ operator dın sızıqlı, shegaralangán ekenligin kórsetiń hám normasını tabıń.

7) $(Ax)(t) = te^t x(t)$, $A: C[-2,2] \rightarrow C[-2,2]$ operator dın sızıqlı, shegaralangán ekenligin kórsetiń hám normasını tabıń..